

Bachillerato a Distancia

Cálculo Diferencial e Integral

Programa de estudio



2007

Material elaborado por la UNAM para la Secretaría de Educación del Gobierno del Distrito Federal



Bachillerato a Distancia

Asignatura: Cálculo Diferencial e Integral

Plan: 2007	Créditos: 10
Bachillerato: Módulo I	Tiempo de dedicación total: 80 horas
Carácter: Optativo	Clave:

Propósito general

El alumno manejará los elementos principales del Cálculo Diferencial e Integral lo que fomenta su capacidad de razonamiento lógico, un importante desarrollo de su capacidad de abstracción y espíritu crítico para la modelación, resolución e interpretación de resultados de problemas relacionados con fenómenos cambiantes, de modo que pueda continuar posteriormente los cursos de Matemáticas a nivel licenciatura.

Requerimientos previos (conocimientos y habilidades)

Conocimientos: Operaciones básicas y algebraicas con números reales, resolución de ecuaciones de primer y segundo grados, y sistemas de ecuaciones lineales, funciones y sus gráficas.

Habilidades: Modelación de problemas (gráfica y analítica) e interpretación de resultados dentro de su contexto.

Asignaturas relacionadas: Álgebra y principios de Física; Física y su Matemática, Geometría analítica, Geometría y Geografía, Matemáticas y Economía.

Perfil profesiográfico del asesor de la asignatura: Licenciatura y/o posgrado en: Matemáticas, Ingenierías, Física, Matemáticas Aplicadas y Computación. Se requiere experiencia mínima de 2 años como profesor de bachillerato y haber sido certificados como asesores en la asignatura a impartir*.

* Se señala el perfil de los asesores con base en los nombres de las carreras en la UNAM. Para los casos de egresados de otras instituciones, el Comité Académico acreditará la afinidad de la carrera correspondiente a partir de la revisión del plan de estudios del candidato.

Introducción

En este curso se estudian los conceptos básicos del Cálculo: función, límite, derivada e integral, con el fin de proporcionar al estudiante herramientas matemáticas para modelar problemas que impliquen cambios. El curso pretende que el estudiante sea capaz de aplicar las habilidades de modelación y comunicación matemática que ha desarrollado en los semestres anteriores, además de aquellas de búsqueda y análisis de información. Se pretende plantear situaciones en las que pueda valorar la importancia de los conocimientos que ha adquirido previamente, ya que serán la base de los desarrollos matemáticos inherentes al cálculo.

El curso está organizado en cuatro unidades en las que se estudiará:

- Unidad I. Las funciones para modelar problemas de la realidad.
- Unidad II. La derivada para medir la variación de funciones (parte 1).
- Unidad III. La derivada para medir la variación de funciones (parte 2)
- Unidad IV. La integral y algunas aplicaciones.

El Cálculo diferencial e integral se relaciona con todas las asignaturas del área de Matemáticas que constituyen su base operativa, y con las asignaturas de Ciencias naturales y sociales, que constituyen el contexto de aplicación. Del curso propedéutico de *Matemáticas* se retoman conceptos básicos de número. De *Álgebra y principios de Física* se requiere el manejo del lenguaje algebraico para la formulación de funciones. De *Física y su Matemática*, la noción básica de razón de cambio en la naturaleza. El estudio de Geometría analítica es importante para asociar una expresión algebraica con su correspondiente representación gráfica. De Matemáticas y Economía, se retoma la modelación matemática de fenómenos sociales, particularmente de Economía.

Esta asignatura está pensada con fines fundamentalmente propedéuticos para aquellos estudiantes que planeen continuar con una educación superior. Las aportaciones al perfil de egreso son las siguientes:

Conocimientos: El estudiante tendrá un primer acercamiento al estudio de la variación con las herramientas matemáticas que ofrece el Cálculo Diferencial e Integral.

Habilidades: A lo largo del curso reafirmará las habilidades que ha desarrollado en los semestres previos. Alcanzará un mayor desarrollo de sus habilidades cognitivas para abordar los problemas que se planteen, modelarlos y analizarlos de manera gráfica y analítica e interpretar los resultados asumiendo una actitud crítica ante ellos. Durante este proceso se hará hincapié en los procesos metacognitivos que le permitan optimizar su trabajo, como la planeación, monitoreo y revisión de su aprendizaje. Por el tipo de asignatura (propedéutica) se hará énfasis en el desarrollo de habilidades matemáticas como la modelación usando herramientas de Cálculo, la inferencia y la predicción, que implicarán además un importante avance en el desarrollo de procesos de abstracción y le permitirán adquirir un lenguaje más especializado y preciso para el análisis de gráficas. Para ello, aprovechará sus habilidades informáticas pues tendrá que interactuar con

software matemático especializado que le permita una mejor comprensión y manejo de los conceptos estudiados.

Actitudes: Entre las actitudes que el estudiante desarrollará destacan que aprenda a ser crítico con sus resultados, asertivo para abordar los problemas, y capaz de usar los recursos de los que dispone para encontrar soluciones.

Propósitos generales del curso

El alumno manejará los elementos principales del Cálculo Diferencial e Integral lo que fomenta su capacidad de razonamiento lógico, un importante desarrollo de su capacidad de abstracción y espíritu crítico para la modelación, resolución e interpretación de resultados de problemas relacionados con fenómenos cambiantes, de modo que pueda continuar posteriormente los cursos de Matemáticas a nivel licenciatura.

Contenidos disciplinarios y conceptos básicos

En esta asignatura se integran contenidos de Álgebra, Trigonometría, Geometría euclidiana y Geometría analítica. Por las características de la asignatura es indispensable que el estudiante tenga un dominio adecuado de las operaciones aritméticas y algebraicas.

A través de un problema de diseño de presas se inicia con el estudio de las funciones y su comportamiento, retomando los aspectos de dominio y rango estudiados previamente. Se abordan las operaciones con funciones, con especial atención en la composición que será indispensable para el estudio de la función inversa.

En la segunda unidad se estudiará la derivada partiendo de las ideas de límite y continuidad, y trabajará sobre su interpretación geométrica y su aplicación como medida de la variación instantánea. Para presentar estos temas se retomará el ejemplo de una presa planteado en la unidad anterior. Operativamente, el estudiante conocerá las reglas básicas de derivación y las aplicará en ejercicios algebraicos que le permitan un manejo algorítmico adecuado al aplicarlas.

La tercera unidad estará dedicada a algunas aplicaciones matemáticas de la derivada. La más importante será el análisis de la gráfica de una función a partir de sus puntos críticos: máximos, mínimos y de inflexión. Este aprendizaje será el que le proporcione al estudiante un vocabulario más especializado y preciso para la descripción e interpretación de gráficas, al tiempo que le permita ir adentrándose en el manejo abstracto y aplicado del concepto de derivada de una función. Se trabajará con un ejemplo de Economía además del que se retoma en el campo de la Ingeniería desde la primera unidad.

Finalmente, en la última unidad se abordará el estudio de la integral. Nuevamente a través de un caso particular (llenado de una presa), el estudiante aprenderá su interpretación geométrica. También estudiará su relación con la derivada de una función y trabajará con algunos métodos de integración.

Contenidos organizados y propósitos específicos por unidad

Unidad I. Las funciones para modelar problemas de la realidad

Propósito específico

El estudiante consolidará su concepto de función (tabular, gráfica o analítica) tanto al aplicarlo en la modelación de fenómenos naturales, como en un manejo abstracto. Retomará el concepto de dominio y rango; operará entre funciones, visualizando los resultados gráficamente, y trabajará con funciones inversas.

Desempeño

El estudiante resolverá un problema que implique la composición de dos funciones, la determinación de su dominio y rango, la construcción de la gráfica y la interpretación de sus resultados dentro del contexto.

Contenido

1. Concepto y notación
2. Análisis gráfico y analítico: modelo matemático de la evaporación de un presa
 - 2.1. Dominio y rango
 - 2.2. Clasificación
 - 2.2.1. Implícitas - explícitas
 - 2.2.2. Algebraicas - trascendentes
 - 2.2.3. Crecientes – decrecientes
 - 2.2.4. Inyectivas, biyectivas, suprayectivas
3. Operaciones
 - 3.1. Suma
 - 3.2. Producto y cociente
 - 3.3. Composición
 - 3.4. Función inversa

Unidad II. La derivada para medir la variación de funciones (parte 1)

Propósito específico

El estudiante aprenderá que la variación instantánea de un modelo funcional puede medirse derivando dicha función. Para construir este conocimiento, el estudiante aprenderá previamente a determinar el límite de una función y su continuidad y como complemento operativo, el estudiante adquirirá práctica en la aplicación de las reglas de derivación.

Desempeño

El estudiante modelará un problema, determinará su modelo de variación e interpretará sus resultados. Así mismo, derivará expresiones algebraicas y trascendentes aplicando incluso regla de la cadena.

Contenido

1. Límite de una función
 - 1.1. Idea intuitiva de límite
 - 1.1.1. Ejemplos gráficos
 - 1.1.2. Ejemplos numéricos
 - 1.2. Teoremas de límites. Cálculo de límites: determinación de las condiciones límite de la capacidad de la presa
 - 1.2.1. De forma determinada e indeterminada
 - 1.2.2. Cuando la variable independiente tiende a infinito
 - 1.2.3. De funciones trigonométricas
2. Continuidad de una función
 - 2.1. Condiciones de continuidad
 - 2.2. Ejemplos con visualización gráfica
3. Derivada: determinación de la variación del contenido de la presa
 - 3.1. Interpretación geométrica
 - 3.2. Definición
 - 3.3. Reglas de derivación algebraica para suma, producto, cociente y funciones con exponentes racionales
 - 3.4. Derivada de una función compuesta (regla de la cadena)
 - 3.5. Derivadas de funciones trigonométricas, logarítmicas y exponenciales

Unidad III. La derivada para medir la variación de funciones (parte 2)

Propósito específico

El estudiante profundizará en el estudio del concepto de derivada asociando el comportamiento de las funciones y sus derivadas, y aprenderá a realizar el estudio analítico de una función para determinar sus puntos críticos.

Desempeño

El estudiante construirá la gráfica de una función a partir de datos de sus derivadas sucesivas y realizará un análisis para obtener los puntos críticos de una función. Derivará implícitamente.

Contenido

1. Derivación implícita
2. Derivadas de orden superior

- 2.1. Procedimiento analítico
 - 2.2. Procedimiento gráfico: diferentes condiciones de variación de la presa
 - 2.3. Gráfica de una función a partir de sus derivadas
3. Estudio de los puntos críticos y concavidad de una función
 - 3.1. Criterio de la primera derivada para determinar los puntos máximos y mínimos.
Aplicación en el cálculo de problemas de optimización en Economía
 - 3.2. Criterio de la segunda derivada para determinar los puntos críticos (máximos, mínimos y de inflexión) y concavidad de una función

Unidad IV La integral

Propósito específico

El estudiante aprenderá la interpretación geométrica y el concepto de integral como un proceso de acumulación y lo aplicará en un caso de comportamiento de presas.

Desempeño

El estudiante modelará un problema, determinará su modelo de acumulación e interpretará sus resultados. Operativamente, resolverá integrales definidas e indefinidas por método directo, cambio de variable y por partes.

Contenido

1. Interpretación geométrica de la integral definida. La integral como un límite
2. El Teorema Fundamental del Cálculo
3. Cálculo de integrales definidas por método directo
4. La integral indefinida
5. Métodos de integración para funciones algebraicas y trascendentes:
 - 5.1. Método directo
 - 5.2. Cambio de variable
 - 5.3. Por partes
6. Problemas de aplicación: llenado de una presa

Evaluaciones

La evaluación diagnóstica

Para poder cursar esta asignatura con el ritmo de trabajo y nivel de abstracción que requiere, es necesario que el estudiante domine los temas que a continuación se enuncian:

1. Operaciones aritméticas
2. Operaciones con polinomios

3. Desarrollo de productos notables y factorización
4. Operaciones con exponentes racionales
5. Resolución de ecuaciones de primero y segundo grados, y sistemas
6. Concepto de función y determinación del valor de una función, su dominio y rango
7. Identificación de las funciones lineales y cuadráticas con sus gráficas.

La evaluación diagnóstica del estudiante se realizará mediante un cuestionario de opción múltiple o de relación de columnas. El resultado deberá indicar al estudiante los temas a los que deberá dedicar atención especial e invitarlo a comunicarse con su asesor para recibir referencias electrónicas o bibliográficas que le permitan revisar los temas en los que debe mejorar.

La evaluación formativa

En cada unidad el estudiante deberá recibir la evaluación automática en la mayor parte de los ejercicios que le sean presentados para que la espera de una respuesta no sea motivo de retrasos o de que al continuar su estudio, construya sobre conocimientos erróneos. Sin embargo, deberá haber una tarea por tema que el asesor deberá revisar para que pueda estar al tanto del desarrollo de cada estudiante. Estas tareas deberán enviarse al asesor en un archivo por separado, ya sea que el estudiante decida usar un procesador de textos y editor de ecuaciones, o desarrollar su trabajo manualmente y luego escanearlo.

La evaluación para la certificación

Para acreditar la asignatura, es requisito indispensable que el estudiante haya cumplido con la entrega de todas las tareas. Así mismo, al final de cada una de las unidades se le aplicará una evaluación que incluya al menos una pregunta de cada uno de los temas revisados. Si bien el estudiante resolverá problemas dentro de la plataforma del curso en línea, para fines de retroalimentación deberá estar soportada por un archivo que enviará al asesor con los desarrollos matemáticos detallados. El promedio de estas cuatro evaluaciones constituirá el 40% de la certificación. De manera presencial, el estudiante resolverá un examen que constituirá el 60% restante.

Metodología del curso

Se trabajará la introducción a los conceptos y algoritmos a partir de un caso práctico: el análisis de diferentes aspectos de variación como los que se consideran al diseñar una presa. Por un lado, es importante que el estudiante construya el conocimiento matemático a partir de llevarlo a situaciones en que las herramientas previas que posee no le son suficientes para satisfacer los requerimientos de los problemas planteados. Así, se profundiza en el tema de funciones, donde se activa su conocimiento previo, se le lleva a reunir y sistematizar dichos conocimientos y después se le introduce al tema de la variación. En este ámbito trabaja aspectos geométricos para que a través de la visualización pueda generar una construcción robusta de los conceptos fundamentales. Finalmente, se le conduce a la parte algorítmica y procedimental donde tendrá ejercicios para automatizar estos procesos.

Bibliografía y otros recursos didácticos:

Bibliografía básica:

- Bosch, C. et al. (2006). *Cálculo diferencial e integral*. Ciudad de México, México: Publicaciones Cultural S.A.
- Granville, A. (2002, reimpresión). *Cálculo diferencial e integral*. Ciudad de México, México. Limusa.
- Purcell, Edwin. (2003). *Cálculo*. Ciudad de México, México. Prentice Hall.
- Stewart J. (2003). *Cálculo, conceptos y contextos*. Ciudad de México, México. Thomson.
- Stewart J. (2004). *Cálculo de una variable*. Ciudad de México, México. Thomson.
- Stewart J. (2004). *Cálculo diferencial e integral*. Ciudad de México, México. Thomson.
- Swokowski, E. W. (2000) *Introducción al cálculo diferencial e integral*. Ciudad de México, México, Iberoamérica.
- Thomas, G. (2005) *Cálculo de una variable*. México, Pearson.

Bibliografía complementaria:

- Larson, R. E. et al. (2003) *Cálculo y geometría*. Ciudad de México, México. Mc Graw Hill.
- Salas et al. (2002) *Calculus, volumen 1*. Ciudad de México, México, Reverté.
- Smith, R. (2003) *Cálculo, volumen 1*. Ciudad de México, México. Mc Graw Hill.
- Hughes, D. (2001) *Cálculo*. Ciudad de México, México, CECSA.

Otros recursos:

<http://www.eduteka.org/Pisa2003Math.php>

<http://usuarios.lycos.es/juanbeltran/id471.htm>

<http://descartes.cnice.mecd.es/index.htm>

http://descartes.cnice.mecd.es/Bach_CNST_2/aplicaciones_derivada/index_aplicaciones_derivada.htm

<http://usuarios.lycos.es/calculoint21/id42.htm>